الأنظمة العددية ، أصلها وفصلها

الفهرس

1- النظام العشري.....0
1.1- أصل النظام العشري.....1
2.1- العد العشري.....1
3.1- اللوغاريتمات.....2
4.1- الكسور العشرية.....2
5.1- العمليات الحسابية.....3
2- الأنظمة العددية.....4
1.2- النظام العددي العربي.....4
2.2- أوزان خانات الأنظمة العددية.....4
3.2- العد في الأنظمة العددية.....5

1- النظام العشري

هو النظام العربي السائد في كل العالم ويعتمد على عشرة أرقام أولها الصفر. ومنه استنسخت الأنظمة العددية الأخرى مثل النظام الثنائي والثماني و السداسي عشر المستعملة في الكمبيوتر حيث تنطبق عليها جميع قواعد النظام العشري من ارقام وخانات وأوزان وقاعدة وعمليات حسابية من جمع وطرح وضرب وقسمة ولوغاريتمات.

1.1- أصل النظام العشري

لقد رأينا في "الأرقام العربية، أصلها وفصلها" أن الحروف العربية الأبجدية كانت تستعمل كأرقام في كتابة الأعداد. وكان هناك ثلاث مجموعات وفي كل منها تسعة حروف. وتدل المجموعة الأولى على الآحاد من 1 إلى 9. وتدل المجموعة الثانية على العشرات من 10 إلى 90. وتدل المجموعة الثالثة على المئات من 100 إلى 900.

ولكتابة عدد من 1 حتى 999 كانت هناك أكثر من طريقة ولكن أفضلها هو كتابة حرف من مجموعة الآحاد ثم يليه حرف من مجموعة العشرات ثم حرفًا من مجموعة المئات. وهكذا يتكون العدد من حرف واحد على الأقل ومن ثلاثة حروف على الأكثر في هذه الحالة حسب ما فيه من آحاد وعشرات ومئات.

وكان لا بد من البحث عن رموز تختلف عن رموز الحروف لتمييز الكلمات عن الأعداد. ولقد تم التوصل إلى كتابة ثلاثة نماذج من تسعة رموز رقمية من 1 إلى 9 سميناها بالنظام الإسلامي والنظام العالمي والنظام الهندسي . لقد تم استخدام نفس الأرقام التسعة لتدل أيضًا على العشرات والمئات وذلك حسب مكانة الرقم من اليمين إلى اليسار لكتابة أي عدد من 1 إلى 999. فإذا ورد الرقم في المكان الأول بقي على قيمته العددية وإذا ورد في المكان الثاني تضاعفت قيمته عشر مرات أما إذا ورد في المكان الثالث تضاعفت قيمته مئة مرة.

ولكن الصورة لم تكتمل بعد فكيف لنا أن نكتب عددًا من المئات فقط بدون آحاد وعشرات؟ أي كيف لنا أن نحدد المكان الثالث إذا لم يكن هناك شيئًا في المكان الأول والثاني؟ الجواب هو إضافة رمز جديد ليس له قيمة عددية ليحدد المكان الأول والثاني. هذا الرمز الجديد هو الصفر. ولما كانت الأرقام تعتمد على عدد أضلاع أو زوايا رموزها فجاء الصفر كمجرد نقطة أو دائرة ليس فيهما أي ضلع أو زاوية.

أما إذا زاد العدد عن 999 فنقوم بتكرار نفس الخانات الثلاث أي الآحاد والعشرات والمئات للألوف ثم الملايين وهلم جرّا. وهكذا أصبح لدينا عشرة أرقام بما فيها الصفر لكتابة أي عدد عشري. وهكذا يكون الصفر قد لعب دورًا أساسيًا في النظام العددي العشري كما أن له أعظم الأثر في التقدم العلمي والمعلوماتي.

ولا بد هنا بالتنويه بدور فرنسا في تبني الأرقام العربية (Les Chifres Arabes) واعتماد النظام العشري العربي في الكيل والأوزان و القياس لدى الأمم المتحدة والذي أصبح يسمى بالنظام العالمي (Système Internationale, SI).
ولا بد من التنويه أيضًا أن كلمة كيلو الفرنسية والتي تعني ألف مشتقة من الكلمة العربية كيل ومن رقم الحرف (غ).

2.1- العد العشري

يعتمد النظام العشري على عشرة رموز تسمى أرقام **(0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9)**. وعند العد من واحد إلى تسعة يكون كل عدد يقابله رقم وبعد نفاذها نستدعي الصفر ونضع على يساره الرقم واحد ليرمز الرقمان معًا إلى العدد عشرة **(10)** دون الحاجة إلى رقم جديد وقد سمي هذا الثنائي العجيب **بالقاعدة**.

إن هذه الفكرة والتي تبدو بسيطة جدًا هي ربما أهم اختراع في تاريخ الإنسانية. فلولاها ولولا النظام العددي المبني عليها لما تقدم العلم ولما وصلنا إلى ما نحن عليه من ثورة في التقنية والمعلوماتية. ولا عجب أن يطلق الفرنسيون في الستينات صفر واحد **(10)** اسمًا لأكثر مجلات المعلوماتية انتشارًا في فرنسا عرفانًا لهذه القاعدة.

نلاحظ أن القاعدة تتكون من خانتين الأولى خاوية لأن فيها صفرًا أما الخانة الثانية فتحتوي على الرقم واحد ولكنه يزن عشرة أضعاف الواحد ونسميها **خانة العشرات** بينما نسمي الخانة الأولى **خانة الآحاد**. ولكي نمضي قدمًا في العد نستعمل الأرقام من واحد إلى تسعة في خانة الآحاد.فنصل في العد إلى تسعة عشر **(19)**. ثم نستدعي الصفر مرةً ثانية في خانة الآحاد و نضع الرقم اثنين في خانة العشرات فنحصل على العدد عشرين **(20)**.

ونمضي قدمًا في العد على نفس المنوال إلى أن نصل إلى العدد تسعة وتسعون**(99)** وهنا لا بد من استحداث خانة جديدة نسميها **خانة المئات** لنحصل على العدد مئة **(100)**. ونلاحظ أن الرقم واحد في خانة المئات يزن عشر أضعاف نفس الرقم إذا جاء في خانة العشرات التي تسبقه.

وبنفس الطريقة نستحدث **خانة الألوف** لنحصل على العدد ألف **(1000)** و نمضي استحداث الخانات إلى ما شاء الله. وهكذا تكون أوزان الخانات في النظام العشري: **1، 10، 100، 1000** وهلم جرّا. والنظام النقدي في دولة الإمارات العربية المتحدة خير مثال على النظام العشري. فإذا كان لدينا 9 قطع معدنية من فئة الدرهم و 9 أوراق نقدية من فئة عشرة دراهم و 9 أوراق نقدية من فئة مئة درهم لأمكن استعمالها لعد أي مبلغ حتى 999 درهم.

3.1- اللوغاريتمات

لاحظ الخوارزمي عالم الحساب والجبر في عصر النهضة الإسلامية أنه يمكن تحديد وزن أي خانة من عدد الأصفار الموجودة على يمين الرقم واحد من قيمة وزن تلك الخانة. ويتم ذلك بضرب القاعدة بالرقم واحد عدد من المرات يساوي عدد الأصفار. وتوصل إلى صيغة جديدة لأوزان الخانات بأن رفع من **قوة القاعدة** بما يساوي عدد الأصفار الموجودة على يمين الرقم واحد وصاغها على الشكل التالي في حالة النظام العشري.

الخانة	**آحاد**	**عشرات**	**مئات**	**ألوف**	**عشرات الألوف**
وزن الخانة	**1**	**10**	**100**	**1000**	**10000**
القاعدة مرفوعة إلى قوة	**0** **10**	**1** **10**	**2** **10**	**3** **10**	**4** **10**

وتسمى **قوة القاعدة** في علم الحساب الحديث ب**اللوغاريتم** نسبةً إلى ألعالم الإسلامي الخوارزمي. فمثلاً نقول أن القاعدة عشرة مرفوعة إلى القوة ثلاثة يساوي ألف وبالعكس فإن لوغاريتم الألف بالنسبة للقاعدة عشرة يساوي ثلاثة. وبذلك يكون الخوارزمي قد وضع أساس اللوغاريتمات والتي يمكن تطبيقها على أي نظام عددي آخر. وفي جميع الأنظمة يكون لوغاريتم الواحد صفر ويكون لوغاريتم القاعدة واحد.

4.1- الكسور العشرية

يتكون العدد العشري من جزأين هما العدد الصحيح والكسر ويفصلهما الفاصلة أو النقطة العشرية. وبما أن قوة الخانات تزيد كلما اتجهنا يسارًا وأن وزن الخانة يساوي وزن الخانة السابقة مضروب بعشرة فإن قوة الخانات تنقص كلما اتجهنا يمينًا وأن وزن الخانة يساوي وزن الخانة السابقة مقسوم على عشرة كما في الشكل التالي.

الخانة	**واحد من المئة**	**واحد من العشرة**		**آحاد**	**عشرات**	**مئات**
وزن الخانة	**.01**	**.1**	**.**	**1**	**10**	**100**
القاعدة مرفوعة إلى قوة	**-1** **10**	**-2** **10**		**0** **10**	**1** **10**	**2** **10**

وهكذا يكون وزن الخانة الأولى على يمين النقطة العشرية يساوي واحد من العشرة ووزن الخانة الثانية يساوي واحد من المئة. كما أن إشارة القوة تكون بالسالب. فمن أين أتت إشارة السالب؟

لقد لاحظ الخوارزمي أن حاصل الضرب (أو القسمة) لعددين يتكون كل منهما من القاعدة مرفوعة إلى قوةٍ يساوي عدداً آخر يتكون من القاعدة مرفوعة إلى قوةٍ تساوي حاصل جمع (أو طرح) قوتي العددين.

فمثلاً لو اخترنا العدد عشرة والذي يساوي القاعدة مرفوعة إلى القوة واحد و العدد مئة والذي يساوي القاعدة مرفوعة إلى القوة إثنين لكان حاصل عملية ضربهما يساوي ألفًا وهو يساوي القاعدة مرفوعة إلى القوة ثلاث وهو حاصل جمع قوتي العددين .

ومن جهة أخرى فإن حاصل قسمة العدد ألف على العدد عشرة يساوي مئة وهو يساوي القاعدة مرفوعة إلى القوة إثنين وهو حاصل طرح قوتي العددين. وفي هذه الحالة يتم تبسيط عمليات الضرب والقسمة إلى عمليات جمع وطرح.

5.1- العمليات الحسابية

إن العمليات الحسابية الأولية للأعداد الصحيحة من جمع وطرح وضرب تجري على عددين وتتم من اليمين إلى اليسار بدءًا بخانة الآحاد للأعداد الصحيحة وذلك لأن الكتابة بالعربية تبدأ من اليمين إلى اليسار.

ففي **عملية الجمع** إذا كان حاصل الجمع في أي خانة يزيد عن قاعدة النظام العددي فإننا ننقص مقدار القاعدة من هذا الحاصل ونحمل(Carry) واحد لنجمعه مع الخانة التالية.

وفي **عملية الطرح** إذا كان حاصل الطرح في أي خانة يقل عن الصفر فإننا نستلف (Borrow) واحد من الخانة التالية ونزيد الرقم المطروح منه بمقدار القاعدة. فمثلاً لطرح العدد 12 من العدد 31 نحصل على العدد 19.

كما أنه يمكن تحويل عملية الطرح إلى جمع وذلك باستبدال كل من أرقام العدد المطروح بالمتمم إلى القاعدة ناقصًا واحد ثم إضافة واحد إلى حاصل الجمع وكذلك إهمال الواحد الذي يظهر في أقصى اليسار. ففي المثال السابق يكون المتمم للعدد 12 هو العدد 87 وعند جمعه مع العدد 31 نحصل على العدد 118 ومنه نحصل على العدد 119 ثم العدد 19 وهو نفس نتيجة الطرح. هذه الطريقة هي المتبعة في النظام الثنائي للحواسيب .

أما **عملية الضرب** فتحتاج إلى مزيد من الجهد. فلا بد أولاً من حفظ جدول الضرب لأرقام النظام العددي. مع أن ضرب رقمين هو في الأساس عبارة عن عدة عمليات جمع. فمثلاً خمسة ضرب سبعة يساوي خمسة وثلاثون.وهو عبارة عن حاصل جمع خمس سبعات أو سبع خمسات.

أما **عملية القسمة** فهي خليط من عمليات الضرب والطرح والجمع وتتم فيها العمليات من اليسار إلى اليمين وبالعكس. أما في الحواسب فيتم تحويل جميع العمليات إلى عمليات جمع. فلا عجب أن الحواسب تستعمل الجمّاعات (Adders) و العكّاسات (Invertors) فقط لإجراء جميع العمليات الحسابية. ومما يسهل ذلك انه يتم استعمال النظام العددي الثنائي وهو الأسهل على الإطلاق لأنه يتعامل مع رقمين فقط هما الواحد والصفر.

وهناك عملبات حسابية أخرى لا مجال لشرحها مثل حساب اللوغاريتمات والكسور العشرية والمعادلات الجبرية.

لقد انتقل النظام العددي العربي العشري إلى الغرب بأرقامه وعملياته الحسابية من اليمين إلى اليسار ليصبح النظام العددي الوحيد في العالم دون منازع. ثم ظهرت عدة أنظمة لا تختلف عن النظام العشري إلا في عدد الأرقام والقاعدة مثل النظام الثنائي والثماني والسداسي عشر والتي شاع استعمالها في الحواسب. ولقد تم استعمال الحروف الستة الأولى في اللغة الإنجليزية من A إلى F لتدل على بقية أرقام النظام السداسي عشر .

2- الأنظمة العددية

إن النظام العددي العربي لا يقتصر على النظام العشري فقط بل ينطبق على أي نظام له عدد من الأرقام المتتالية والتي تبدأ بالصفر ثم الواحد. وتكتب قاعدة أي نظام دائماً صفر يتبعه واحد (10) و قيمتها تساوي عدد أرقام النظام.

1.2- النظام العددي العربي

إن النظام العددي العشري هو نظام مفتوح لكتابة أي عدد ممكن وإجراء العمليات الحسابية والجبرية بكل سهولة. وهو كذلك مفتوح لإستنساخ أنظمة عددية تنطبق عليها جميع العمليات الحسابية من جمع وطرح وضرب وقسمه. ومن أشهر الأنظمة الشائعة في الحواسيب هي النظام الثنائي والثماني والسداسي عشر. فالعمليات الحسابية تجرى داخلياً باستعمال النظام الثنائي بينما يتم ترميزها حسب النظام الثماني والسداسي عشر.

2.2- أوزان خانات الأنظمة العددية

من الممكن إيجاد أوزان الخانات في أي نظام عددي قاعدته (**ق**) كما في الشكل التالي قياساً على النظام العشري.

الموقع	يمين النقطة القاعدية (العشرية)			النقطة القاعدية (العشرية)	يسار النقطة القاعدية (العشرية)			
القاعدة والقوة	-3 ق	-2 ق	-1 ق	.	0 ق	1 ق	2 ق	3 ق

ويمثل الشكل التالي الأنظمة العددية التسعة الأولى . كما يبين اسم كل نظام ومقدار قاعدته و قيمة أوزان خاناته الأربع الأولى بالنظام العشري. وهكذا نلاحظ أن الأنظمة العددية كلها هي نفس النظام العددي مع اختلاف القاعدة وعدد الأرقام. وفي النظام السداسي عشر ترمز الحروف F,E,D,C,B,A للأرقام من 10 إلى 15.

اسم النظام	القاعدة (ق)	أرقام النظام	قيمة أوزان الخانات في النظام العشري			
			0 ق	1 ق	2 ق	3 ق
ثنائي	2	1،0	1	2	4	8
ثلاثي	3	2،1،0	1	3	9	81
رباعي	4	3،2،1،0	1	4	16	64
خماسي	5	4،3،2،1،0	1	5	25	225
سداسي	6	5،4،3،2،1،0	1	6	36	216
سباعي	7	6،5،4،3،2،1،0	1	7	49	329
ثماني	8	5،4،3،2،1،0،7،6	1	8	64	512
تساعي	9	8،7،6،5،4،3،2،1،0	1	9	81	729
عشري	10	9،8،7،6،5،4،3،2،1،0	1	10	100	1000
سداسي عشر	10	F،E،D،C،B،A،9،8،7،6،5،4،3،2،1،0	1	16	256	4096

3.2- العد في الأنظمة العددية

يمثل ملف **جدول أوزان الخانات.xls** ورقة عمل إكسل لأوزان الخانات الخمس الأولى في الأنظمة العددية المختلفة من النظام الثنائي حتى النظام العشري وكذلك النظام السداسي عشر . كما يمثل ملف **جدول العد.xls** ورقة عمل إكسل ثانية للعد من الصفر حتى العدد العشري 32 باستعمال جميع الأنظمة السابقة ذات القواعد المختلفة.

ومع انتشار النظام الثنائي في الحواسب ظهرت بعض المصطلحات والتسميات الجديدة والمستوحاه من النظام العشري نذكر منها البت(Bit) والبايت (Byte) والكيلو بايت(KB) والميجا بايت (MB) والجيجا بايت (GB) وأخيراً التيرا بايت (TB) وهي وحدات السعة والتخزين في الحواسب.

البت يعني الرقم الثنائي (Binary Digit) أي 0 أو 1. وكذلك البايت تعني مجموعة من ثمانية أرقام ثنائية. أما كلمة الكيلو فهي تعني ألف (1000) في النظام العالمي بينما الميجا تعني المليون (1000000). أما في النظام الثنائي فالكيلو تساوي بالضبط العدد العشري (1024) لأن هذا العدد هو الأقرب إلى الألف ونحصل عليه عندما نرفع القاعدة الثنائية إلى القوة العاشرة. وكذلك ألميجابايت تعني بالضبط 1048576 بايت ونحصل عليها عندما نرفع القاعدة الثنائية إلى القوة العشرين .

وبالإضافة إلى النظام الثنائي الذي يستعمل لإجراء جميل العمليات الحسابية و غير الحسابية داخل الحواسب فهناك النظام الثماني والنظام السداسي عشر والتي تستعمل من خارج الحواسب بواسطة مستعمليها. مع ملاحظة أنه ممكن تحويل أي عدد من نظام إلى آخر. وفي ما يلي مثال على جمع وطرح عددين في عدة أنظمة عددية.

نوع النظام	ثنائي	ثماني	عشري	سداسي عشر
أوزان الخانات	32 16 8 4 2 1	64 8 1	100 10 1	256 16 1
العدد الأول	11111	37	31	1F
ألعدد الثاني	1100	14	12	C
حاصل الجمع	101011	53	43	2B
حاصل الطرح	10011	23	19	13

إن النظام العددي العربي و الصفر العربي العتيد هما أهم ما قدمته الحضارة العربية الإسلامية إلى الإنسانية. ولولا وجود هذا النظام لما شهدنا التطور السريع في تقدم العلوم والاختراعات في مختلف مجالات الحياة و خاصةً تقنية المعلومات والاتصالات الرقمية.

أخيراً، علينا أن لا ننسى أن كل ما يجول ويصول في شبكات الإنترنت والأقمار الصناعية والحواسب العملاقة والهواتف المتحركة وكل مظاهر التكنولوجيا ما هو إلا الصفر والواحد. وأن الصفر والواحد ومن اليمين إلى اليسار هما القاعدة المشتركة لكل الأنظمة العددية الحديثة. فالرحمة لعلماء العرب والمسلمين الأوائل أمثال الخوارزمي والمجد والخلود لهذه القاعدة العددية الخالدة .